№2-дәріс

Матрица және оларға қолданылатын амалдар. Кері матрица ұғымы. Матрицаларға жасалатын элементар түрлендірулер. Матрица рангісі.

Анықтамалар:

1.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}=\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{Vmatrix}=(a_{ik})=\|a_{ik}\|$$

түріндегі тіктөртбұрышты кесте $m\times n$ өлшемді матрица немесе $(m\times n)$-матрицасы деп, ал a_{ik}, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,n}$ - матрицаның элементтері деп аталады.

2. Екі $(m\times n)$ - матрицалары тең деп аталады, егер олардың сәйкес элементтері тең болса.

3. Егер $m=n$, онда A матрицасы n-ші ретті квадрат матрица деп аталады.

4. A квадрат матрицасының детерминанты немесе анықтауышы деп $det\ A=|a_{ik}|$ санын айтамыз.

5.

$$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

түріндегі матрица бірлік матрица деп аталады.

Матрицаларға қолданылатын амалдар

1. $m\times n$ өлшемді $A=(a_{ik})$ и $B=(b_{ik})$ матрицаларының қосындысы $A+B$ деп

$m\times n$ өлшемді $C=(c_{ik})$ матрицасын айтамыз, мұндағы

$$c_{ik}=a_{ik}+b_{ik},\quad i=\overline{1,m},\quad k=\overline{1,n}.$$

Мысал 1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+7 & 2+8 & 3+9 \\ 4+10 & 5+11 & 6+12 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix}.$

2. $m\times n$ өлшемді $A=(a_{ik})$ матрицасының α санына көбейтіндісі $\alpha\cdot A$ деп $m\times n$ өлшемді $B=(b_{ik})$ матрицасын айтамыз, мұндағы

$$b_{ik}=\alpha\cdot a_{ik},\quad i=\overline{1,m},\quad k=\overline{1,n}.$$

Мысал 2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $\qquad 3A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & 12 \end{pmatrix}$.

3. $m \times n$ өлшемді $A = (a_{ik})$ матрицасы мен $n \times p$ өлшемді $B = (b_{ik})$ матрицаларының көбейтіндісі $A \cdot B$ деп $m \times p$ өлшемді $C = (c_{ik})$ матрицасын айтамыз, мұндағы $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, p}$.

Мысал 3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 7 & 10 \\ 8 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 8 & 1 \cdot 9 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 11 \\ 4 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 8 & 4 \cdot 9 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 44 & 62 \\ 107 & 152 \end{pmatrix}$.

Е с к е р т у.

1. Матрицаларды көбейте аламыз тек сол жағдайда ғана, егер бірінші көбейгіш матрица бағанының саны екінші көбейткіш матрицаның жолының санына тең болса.

1. Егер $A \cdot B$ және $B \cdot A$ көбейтінділері табылса, онда жалпы жағдайда $A \cdot B \neq B \cdot A$.

Мысал4. $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген. AB және BA тап.

$$AB = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 + 5(-1) & 3(-5) + 5 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) & 1 \cdot (-5) + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + (-5) \cdot 1 & 1 \cdot 5 + (-5) \cdot 2 \\ (-1) \cdot 3 + 2 \cdot 1 & (-1) \cdot 5 + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Бұдан, $AB \neq BA$ екенін көруге болады. (Бұл жағдайда матрицалардың көбейтіндісі орын ауыстырымдылық қасиетке бағынбайтындығына көз жеткіземіз).

Мысал 5. $(AB)C$ және $A(BC)$ тап, егер

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -2 \\ -1 & 9 & -2 \\ 9 & 3 & -3 \end{pmatrix}, \quad (AB)C = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \\ -15 \end{pmatrix} \text{ және } BC = \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A(BC) = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \\ -15 \end{pmatrix}$$

есептей келе, $(AB)C = A(BC)$ көреміз.